Cuarto solucionario del simulacro de Matemática

SEMESTRAL UNI - 2023

Aritmética

Resolución N.°1

Tema: Razones y proporciones

Del enunciado tenemos:

	Bailan	No bailan	Total
Varones	$\frac{x-20}{2}$	$x-20$	
Mujeres	$\frac{x-20}{2}$	x	
Total	$x-20$	$2x-20$	140

Piden: x

$x-20+2x-20=140$

$3x-40=140$

$3x=180$

$x=60$

Respuesta: 60

Clave: C

Resolución N.°2

Tema: Análisis combinatorio

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
$2+x$	$2+y$	$2+z$	$2+w$	$2+p$

20 horas en total
(mínimo 2 horas por día)

Luego:

$(2+x)+(2+y)+(2+z)+(2+w)+(2+p)=20$

$x+y+z+w+p=10$

Por separadores:

$\underbrace{+\ +\ +\ +}_{4}\ \underbrace{\ldots\ldots\ldots}_{10}$

14

Total de maneras $=\frac{14!}{10!\times 4!}=1001$

Respuesta: 1001

Clave: B

Resolución N.°3

Tema: Razones y proporciones

Sea la proposición

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=K;\ \{a;b;c;d\}\subset N$

Dato:

suma de términos = 253

$a+b+c+d=253$

$\downarrow bk \quad \downarrow dk$

Luego:

$(b+d)\ (k+1)=253$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

10	1	22
10	13	10
20	3	10
1	10	22
13	10	10
3	20	10

} 6 soluciones

Uno de los consecuentes es $\overset{\circ}{10}$

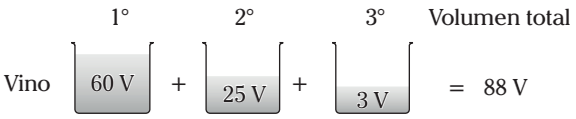
Respuesta: 6

Clave: D

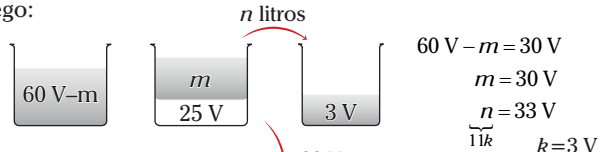
Resolución N.°4

Tema: Razones y proporciones

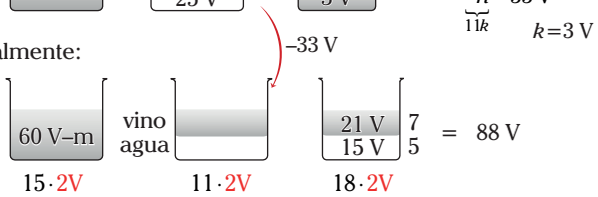
Del enunciado tenemos:



Luego:



Finalmente:



Respuesta: 7 a 5

Clave: C

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Resolución N.°5

Tema: Razones y proporciones

Del enunciado:

	Mery	Nidia	Patricia	Total
Inicio	$4(6k)$	$5(6k)$	$6(6k)$	$15(6k)$
1° partida	$6\cdot 5k$ $\}=b$	$7\cdot 5k$	$5\cdot 5k$ $\}-a$	$18\cdot 5k$
2° partida	$3\cdot 9k$	$5\cdot 9k$	$2\cdot 9k$ $\}c$	$10\cdot 9k$

Luego:

$\text{Total} = \overset{\circ}{\text{MCM}}(15;18;10) = \overset{\circ}{90}$

Notamos que: $a=11k$; $b=3k$; $c=7k$

Como:

$\underbrace{a+b+c}=840$

$21k=840$

$k=40$

Finalmente:

$\text{Nidia}=45k=45(40)=1800$

Respuesta: 1800

Clave: C

Resolución N.°6

Tema: Divisibilidad

Piden: r

Por condición

- $\overline{abc}=\overset{\circ}{11} \rightarrow \overline{cba}=\overset{\circ}{11}$
- $\overline{cba}=\overset{\circ}{75}$

$\left.\begin{array}{l}\overline{cba}=\overset{\circ}{\text{MCM}(11;75)}\\ \overline{cba}=\overset{\circ}{825}\end{array}\right\}$ 825

$\rightarrow a=5;\ b=2;\ c=8$

Reemplazando:

$\overbrace{222\ldots22222}^{528\text{ cifras}}\ldots\overbrace{55555\ldots55\ldots555}^{825\text{ cifras}}=\overset{\circ}{7}+r$

Utilizando criterio del 7, $r=2$

Respuesta: 2

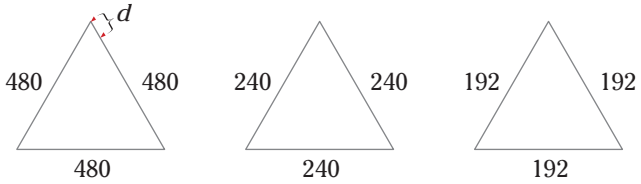
Clave: B

Resolución N.°7

Tema: MCM y MCD

Sea d la separación entre las estacas.

Se tiene 3 triángulos equiláteros cuyos perímetros son 1440; 720 y 576 metros.



Se deduce que:

MCD (480; 240; 192) = 48; d es divisor de 48

Como:

$20<d<30$

$\hookrightarrow 24$

Luego:

N.° estacas $=\dfrac{1440+720+576}{24}=114$

Respuesta: 114

Clave: D

Resolución N.°8

Tema: Potenciación

Sabemos que un numero K^2 tiene una cantidad impar de divisores, se deduce que:

$\overline{22abc6d0}=K^2 \rightarrow \overline{22abc6}=n^2$

$\downarrow$

0

$224676=474^2 \rightarrow a=4;\ b=6;\ c=7$

$226576=476^2 \rightarrow a=6;\ b=5;\ c=7$

Luego:

$a+b+c+d=17$ o 18

$\therefore$ la suma de valores de $a+b+c+d=17+18=35$

Respuesta: 35

Clave: E

Resolución N.°9

Tema: Número racionales

I. Falso. No siempre cumple

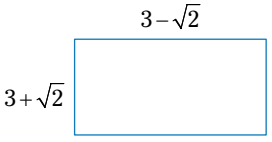
Contra ejemplo, veamos:

$\underbrace{(2+\sqrt{2})}_{\mathbb{I}}+\underbrace{(2-\sqrt{2})}_{\mathbb{I}}=\underbrace{4}_{\mathbb{Q}}$

II. Verdadero. $\mathbb{R}-\mathbb{Q}=\mathbb{I}$ $\hookrightarrow$ es denso en $\mathbb{R}$

III. Falso. No siempre cumple

Contra ejemplo:



$\text{Área}=(3+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})=3^2-2=7$

Respuesta: FVF

Clave: C

Resolución N.°10

Tema: Tanto por ciento

Sea P el precio de costo del producto.

Por condición:

1°: se incrementa el costo en a% para la venta

$P_{\text{fijado}}=P+a\%p \rightarrow P_{\text{fijado}}=(100+a)\cdot\%P$

2°: para la venta se realizan 2 descuentos sucesivos del $a\%$ y $b\%$

$P_{\text{venta}}=(100-b)\%(100-a)\%P_{\text{fijado}}$

No se gana ni se pierde
$(100-b)\%(100-a)\%(100+a)\%P=P$

Efectuando:

$$b=\frac{100a^2}{a^2-100^2}$$

Respuesta: $b=\frac{100a^2}{a^2-100^2}$

Clave: D

Álgebra

Resolución N.°11

Tema: División de polinomios

Del enunciado en:

* $\frac{P_{(x)}}{x-3}\rightarrow P_{(3)}=6$
* $\frac{P_{(x)}}{x+1}\rightarrow P_{(-1)}=-2$

Piden el residuo de la siguiente división

$$\frac{(x^2-2x+1)P_{(x)}}{x^2-2x-3}$$

Como el grado del divisor es 2:
$\rightarrow R_{(x)}=ax+b$
Aplicando la identidad fundamental:
$(x^2-2x+1)P_{(x)}=(x^2-2x-3)Q_{(x)}+ax+b$
$(x-1)^2P_{(x)}=(x-3)(x+1)Q_{(x)}+ax+b$

- $x=3$
  $\underbrace{(3-1)^2}_{4}\underbrace{P_{(3)}}_{6}=\cancel{(3-3)(3+1)}Q_{(3)}+3a+b$
  $\rightarrow 3a+b=24$

- $x=-1$
  $\underbrace{(-1-1)^2}_{4}\underbrace{P_{(-1)}}_{-2}=\cancel{(-1-3)(-1+1)}Q_{(-1)}+(-1)a+b$
  $\rightarrow -a+b=-8$

Reordenando:

$$\begin{array}{r} 3a+b=24 \\ -a+b=-8 \quad \downarrow - \\ \hline 4a=32 \end{array}$$

$\rightarrow a=8;\ b=0$
$\therefore R_{(x)}=8x$

Respuesta: $R_{(x)}=8x$

Clave: A

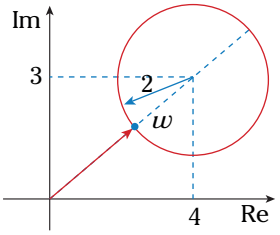
Resolución N.°12

Tema: Números complejos

Sea $z+\overline{3-2i}=x+yi$
$z+3+2i=x+yi$
$\Rightarrow z=(x-3)+(y-2)i$

Reemplazando en:
$|z-1-i|=2$
$|(x-3)+(y-2)i-1-i|=2$
$|(x-4)+(y-3)i|=2$
$\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}=2$
$(x-4)^2+(y-3)^2=2^2$

Graficando



Por lo tanto $\text{Min}(|w|)=5-2=3$

Respuesta: 3

Clave: E

Resolución N.°13

Tema: Ecuación polinomial de grado superior

Como 2 es raíz, entonces verifica la ecuación.
Entonces $x=2$
$2^3-m(2)^2+(3m+1)(2)-3m=0$
$m=10$

Por el teorema de Cardano
$(\alpha+1)(\alpha-1)+2=m$
$\alpha=4$
$\therefore m+\alpha=14$

Respuesta: 14

Clave: C

Resolución N.°14

Tema: Ecuaciones polinomiales de grado superior

Se tiene:

- $(1+\sqrt{3})$ es raíz $\Rightarrow (1-\sqrt{3})$ es raíz
  $\Rightarrow x^2-(1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3})x+(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=x^2-2x-2$ es factor de $P_{(x)}$

- $(1-2i)$ es raíz $\Rightarrow (1+2i)$ es raíz
  $\Rightarrow x^2-(1-2i+1+2i)x+(1-2i)(1+2i)=x^2-2x+5$ es factor de $P_{(x)}$

Luego: $P_{(x)}=(x^2-2x-2)(x^2-2x+5)$
Piden: $P_{(0)}+P_{(1)}=-10-12=-22$

Respuesta: –22

Clave: C

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Resolución N.°15

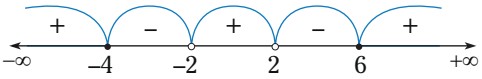
Tema: Inecuación irracional

Todo al primer miembro

$$\frac{x}{x+2}-\frac{24}{x^2-4}\le 0$$
$$\frac{x^2-2x-24}{x^2-4}\le 0$$
$$\frac{(x+4)(x-6)}{(x+2)(x-2)}\le 0$$

Por teorema de fraccionarias

$(x+4)(x-6)(x+2)(x-2)\le 0\ ;\quad x\neq\pm 2$



$CS=[-4;-2\rangle\cup\langle 2;6]$

Soluciones enteras: –4; –3; 3; 4; 5; 6

$\therefore$ Tenemos 6 soluciones enteras

Respuesta: 6

Clave: A

Resolución N.°16

Tema: Función cuadrática

Del gráfico:

vértice $=(m;m-1)$

Entonces:

$f_{(x)}=(x-m)^2+m-1$

Hacemos x = 0

$f_{(0)}=(0-m)^2+m-1$

$11=m^2+m-1$

$0=m^2+m-12$

$m=+3\qquad m=-4$

En el gráfico: $m>0$

$\therefore\ m=3$

Respuesta: 3

Clave: E

Resolución N.°17

Tema: Función inversa

- f en inyectiva, entonces existe su inversa
- Hallemos Domf^*

  Como $x<0$

  $6x-1<-1$

  $0>\frac{1}{6x-1}>-1$

  $0>\frac{3}{6x-1}>-3$

  $\Rightarrow f_{(x)}\in\langle -3;0\rangle=\text{Ran}f$

  $\Rightarrow \text{Dom}f^*=\langle -3;0\rangle$

- Hallemos $f^*_{(x)}$

  De $y=f_{(x)}$

  $y=\frac{3}{6x-1}$

  $6x-1=\frac{3}{y}$

  $6x=\frac{3+y}{y}$

  $x=\frac{y+3}{6y}\Rightarrow f^*_{(x)}=\frac{x+3}{6x}$

Respuesta: $f^*(x)=\frac{x+3}{6x};x\in\langle -3;0\rangle$

Clave: B

Resolución N.°18

Tema: Inecuación irracional

Tenemos:

$\sqrt{|x-2|-1}<3$

- $|x-2|-1\ge 0$

  $|x-2|\ge 1$

  $\Rightarrow x-2\le -1\ \vee\ x-2\ge 1$

  $\Rightarrow x\le 1\ \vee\ x\ge 3$

- $\sqrt{|x-2|-1}<3$

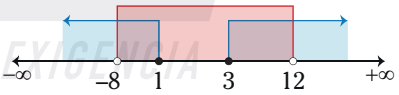
  $\sqrt{|x-2|-1}^2<3^2$

  $|x-2|-1<9$

  $|x-2|<10$

  $-10<x-2<10$

  $-8<x<12$



$CS=\langle -8;1]\cup[3;12\rangle$

Respuesta: $\langle -8;1]\cup[3;12\rangle$

Clave: D

Resolución N.°19

Tema: Sucesiones reales

Se tiene:

- $x^2-10x+25\le 0$

  $(x-5)^2\le 0$

  $\rightarrow \text{CS}=\{5\}$

  $\rightarrow k=5$

- $a_n=\frac{(b+1)n+3}{2n+1}$

  $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n=\frac{b+1}{2}=\frac{1}{5}$

  $b+1=\frac{2}{5}$

  $\rightarrow b=-\frac{3}{5}$

Respuesta: –3/5

Clave: B

Resolución N.°20

Tema: Matrices

Tenemos:

$$3x=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 6\\ -3 & -1\end{bmatrix}$$

$$3x=\begin{bmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 6\\ -3 & -1\end{bmatrix}$$

$$3x=\begin{bmatrix}9 & 6\\ -3 & 6\end{bmatrix}$$

$$x=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}$$

$\therefore$ Suma de elementos: $3+2+(-1)+2=6$

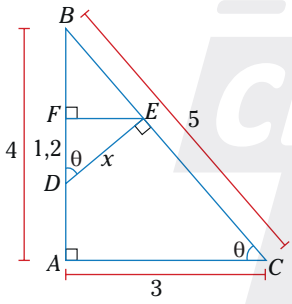
Respuesta: 6

Clave: B

Geometría

Resolución N.°21

Tema: Triángulos rectángulos notables



$\triangle BAC$: notable de 37° y 53°

$\Rightarrow \theta=53°$

$\triangle DEF \sim \triangle CBA$

$$\cos\theta=\frac{3}{5}=\frac{1,2}{x}$$

$$3x=6$$

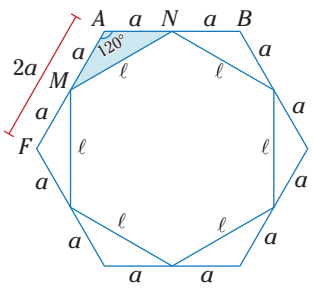
$$x=2$$

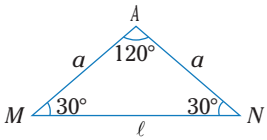
Respuesta: 2

Clave: C

Resolución N.°22

Tema: Polígonos regulares





Por notables de 30°–120°–30°

$\ell=a\sqrt{3}$

$P=6(2a)=12a$

$Q=6\ell=6a\sqrt{3}$

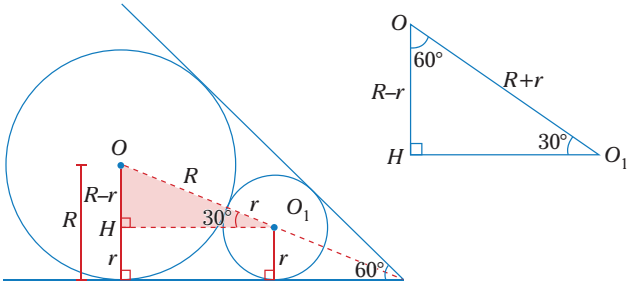
$$\frac{P}{Q}=\frac{12a}{6a\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Respuesta: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Clave: B

Resolución N.°23

Tema: Circunferencia



Sabemos que: $\frac{R+r}{R-r}$

$R+r=2(R-r)$

$R=3r$

$\therefore \frac{R}{r}=3 \wedge \frac{r}{R}=\frac{1}{3}$

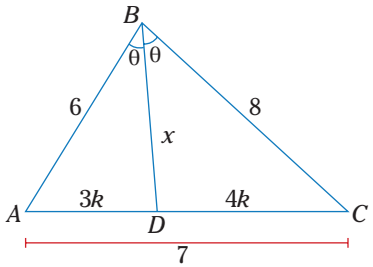
Respuesta: 1/3

Clave: C

Resolución N.°24

Tema: Relaciones métricas

Piden $BD=x$



- ΔABC: teorema bisectriz interior

$$\frac{AD}{DC}=\frac{6}{8}\rightarrow \begin{matrix}AD=3k\\ DC=4k\end{matrix}$$

En el gráfico: $7=7k \rightarrow k=1$

- ΔABC: cálculo de bisectriz interior

$x^2=6\cdot 8-3\cdot 4=34$

$\therefore x=6$

Respuesta: 6

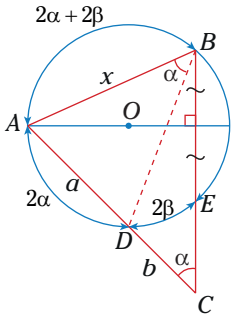
Clave: E

Resolución N.°25

Tema: Semejanza de triangulos(teoremas)

Sea $m\widehat{AD}=2\alpha \wedge m\widehat{DE}=2\beta$

$\Rightarrow m\widehat{AB}=2\alpha+2\beta$



- $m\measuredangle ACB=\dfrac{(2\alpha+2\beta)-(2\beta)}{2}=\alpha$
- ΔABC: $m\measuredangle ABD=m\measuredangle ACB=\alpha$

T. de las antiparalelas:

$x^2=(AC)(AD)=(a+b)(a)$

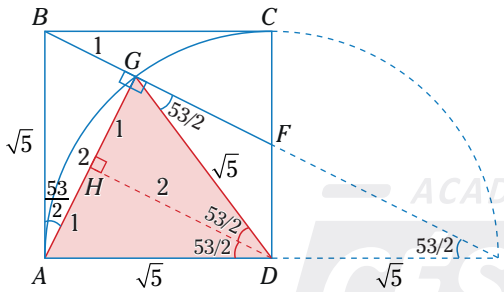
$x=\sqrt{(a+b)a}$

Respuesta: $\sqrt{(a+b)a}$

Clave: C

Resolución N.°26

Tema: Áreas de regiones triangulares



$\mathbb{A}_{(AGD)}=\dfrac{(AG)(DH)}{2}$

$\mathbb{A}_{(AGD)}=\dfrac{(2)(2)}{2}$

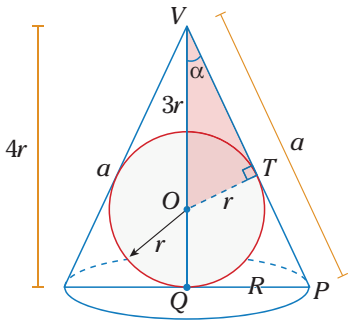
$\mathbb{A}_{(AGD)}=2$

Respuesta: 2

Clave: B

Resolución N.°27

Tema: Cono de revolución



Piden: $A_{sup.\ lat.}=\pi Ra$

$\triangle OTV\sim\triangle PQV$

$\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{r}{3r}=\dfrac{R}{a}\Rightarrow R=\dfrac{a}{3}$

$\therefore A_{(sup.lat)}=\pi\left(\dfrac{a}{3}\right)(a)$

$A_{(sup.lat)}=\dfrac{\pi a^2}{3}$

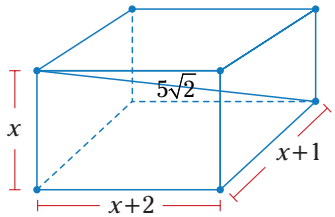
Respuesta: $\dfrac{\pi a^2}{3}$

Clave: A

Resolución N.°28

Tema: Sólidos geométricos

Vol(rectoedro)=abc



Piden volumen: $x(x+1)(x+2)$

- Por teorema de la diagonal del rectoedro

$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=(5\sqrt{2})^2$

$2x=3$

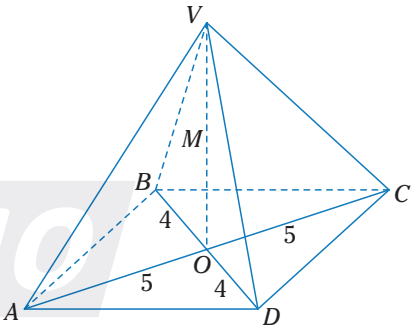
$\therefore$ Volumen=60

Respuesta: 60

Clave: D

Resolución N.°29

Tema: Pirámide



$AC=10, BD=8$

$\rightarrow AO=DC=5$ y $BO=OD=4$

- ΔAVC: T. de la mediana

$VA^2+VC^2=2m^2+\dfrac{10^2}{2}$

- ΔBVD: T de la mediana

$VB^2+VD^2=2m^2+\dfrac{8^2}{2}$

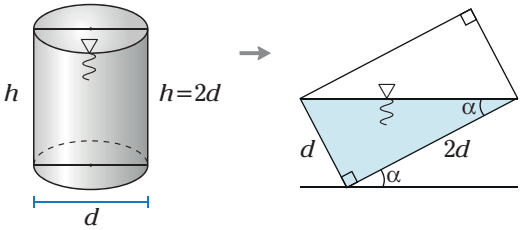
$\rightarrow VA^2+VC^2-VB^2-VD^2=50-32=18$

Respuesta: 18

Clave: E

Resolución N.°30

Tema: Cilindro de revolución



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Piden: $\tan\alpha=?$

$$\tan\alpha=\frac{d}{2d}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

Respuesta: 0,5

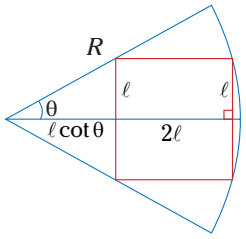
Clave: D

Trigonometría

Resolución N.°31

Tema: Área de un sector circular

$R^2=\ell^2+\ell^2(2+\cot\theta)^2$ ...(I)



Por dato:

$(2\ell)^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(2\theta)R^2$ ...(II)

De I y II:

$1+(2+\cot\theta)^2=\frac{8}{\theta}$

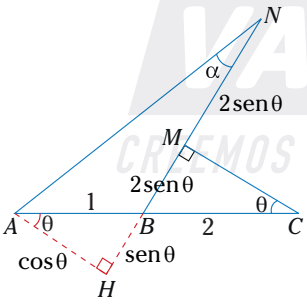
$\therefore \theta(2+\cot\theta)^2+\theta=8$

Respuesta: 8

Clave: B

Resolución N.°32

Tema: Razones trigonométricas de un ángulo agudo



$\triangle AHN$: $\tan\alpha=\frac{\cos\theta}{2\operatorname{sen}\theta}$

$\tan\alpha=\frac{1}{5}\cot\theta$

Respuesta: $\frac{1}{5}\cot\theta$

Clave: C

Resolución N.°33

Tema: Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal

$$\cos\alpha=-\frac{15}{17}\ \wedge\ \frac{1-\cos\beta}{\operatorname{sen}\beta}>0$$

Entonces, $\operatorname{sen}\beta>0\rightarrow\operatorname{sen}\alpha>0$

Luego: $\alpha\in$ IIC

$K=17\operatorname{sen}\alpha+15\tan\alpha$

$K=17\left(\frac{+8}{17}\right)+15\left(\frac{-8}{15}\right)$

$\therefore K=0$

Respuesta: 0

Clave: E

Resolución N.°34

Tema: Variación de la tangente

$135°<x<180°$

$90°<x-45°<135°$

$\tan(x-45°)<\tan135°$

$\tan(x-45°)<-1$

$\therefore$ El máximo valor entero es -2

Respuesta: -2

Clave: B

Resolución N.°35

Tema: Identidades de ángulos compuestos

$3\tan\alpha=\tan\alpha+\tan\theta+\tan\phi$

$3\tan\alpha=\tan\alpha\tan\theta\tan\phi$

$\frac{3}{1}=\frac{\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}{\cos\theta\cos\phi}$

$\frac{1-3}{1+3}=\frac{\cos(\theta+\phi)}{\cos(\theta-\phi)}$

$\varepsilon=\frac{-1}{2}$

Respuesta: $-1/2$

Clave: C

Resolución N.°36

Tema: Funciones trigonométricas directas

Por definición:

$$\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\geq\frac{9x^2}{8}$$

La igualdad se cumple para:

$x_1=\frac{2}{3}$

$x_2=-\frac{2}{3}$

$-\frac{2}{3}\leq x\leq\frac{2}{3}$

$b=\frac{2}{3}$

$a=-\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{a}{b}=-1$

Respuesta: -1

Clave: B

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXCELENCIA

Resolución N.°37

Tema: Funciones trigonométricas directas

Al igualar $\operatorname{sen}4x=\operatorname{sen}2x$

se obtiene: $x=\frac{\pi}{6}$

Además: $PM=\frac{\operatorname{sen}\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Luego:

$$\tan\theta=\frac{(PM)}{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$\tan\theta=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}}$$

$$\tan\theta=\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

$$\therefore \frac{2}{3}\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{\pi}$$

Respuesta: $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$

Clave: A

Resolución N.°38

Tema: Resolución de triángulos oblicuángulos

Por fórmula:

$S=2R^2\operatorname{sen}A\operatorname{sen}B\operatorname{sen}C$

$160=2(10)2\operatorname{sen}A\operatorname{sen}B\operatorname{sen}C$

$\therefore\ \operatorname{sen}A\operatorname{sen}B\operatorname{sen}C=0{,}8$

Respuesta: 0,8

Clave: E

Resolución N.°39

Tema: Funciones trigonométricas inversas

$$f_{(x)}=(3\operatorname{arccot}|x|-\pi)^2-\pi^2$$

$$\frac{\pi}{2}\geq \operatorname{arccot}|x|>0$$

$$\frac{3\pi}{2}\geq 3\operatorname{arccot}|x|>0$$

$$\frac{\pi}{2}\geq 3\operatorname{arccot}|x|-\pi>-\pi$$

$$\pi^2>(3\operatorname{arccot}|x|-\pi)^2\geq 0$$

$$0>f_{(x)}\geq -\pi^2$$

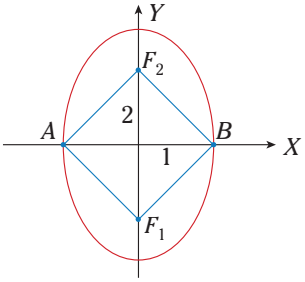
$$\therefore \operatorname{Ran}(f)=\left[-\pi^2;0\right\rangle$$

Respuesta: $[-\pi^2;0\rangle$

Clave: B

Resolución N.°40

Tema: Secciones cónicas



S: área de la región cuadrangular AF_2BF_1

$S=4$

Respuesta: 4

Clave: C

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA